**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**"Уфимский университет науки и технологий"**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**Дисциплина:** Математическое моделирование

**Отчет по лабораторной работе № 1**

**Тема:** «Компьютерное моделирование динамики трех тел»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-457 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Юсупов Э.С. |  |  |  |
| Принял | Лукащук С.Ю. |  |  |  |

**Уфа 2024**

**Цель работы:** получить навык численного расчета траекторий движения небесных тел под действием гравитационных сил.

**Задание на лабораторную работу**

**Задача I.** Рассматривается динамика трех разновеликих небесных тел: звезды, планеты и ее спутника. В качестве примера рассматривается Солнечная система. Масса Солнца . Параметры двух других тел выбираются в соответствии с индивидуальным номером варианта из таблицы.

1) Составить уравнения движения второго и третьего тела в системе отсчета, связанной с первым (самым массивным) телом. Предполагается, что движение всех тел происходит в одной плоскости.

2) Написать программу численного интегрирования составленных уравнений движения и построить траектории движения тел. В качестве начальных условий принять следующие: все тела находятся на одной прямой, вектора скоростей движения второго и третьего тела сонаправлены. Расстояния между первым и вторым, а также вторым и третьим телами приведены в таблице. Там же указаны значения начальных скоростей второго и третьего тела.

**Задача II.** На круговой орбите второго тела высотой находится космический корабль. В тот момент, когда корабль, второе тело и третье тело находятся на одной прямой, включаются двигатели космического корабля, которые работают в течение времени , выводя корабль на новую орбиту. Вектор тяги двигателя в любой момент времени направлен по касательной к траектории движения. Определить стартовую массу корабля из условия, что на поверхность третьего тела необходимо доставить полезный груз массой . Масса корабля складывается из массы топлива, полностью выгорающего за время , массы конструкции (0.025 стартовой массы) и массы полезной нагрузки . В конце активного участка траектории (через время ) происходит отделение полезного груза, который движется далее только под действием гравитационных сил. Скорость полезного груза при посадке не ограничена.

**Практическая часть**

**Задача I.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар | Параметры второго тела | | | | Параметры третьего тела | | | |
| , км | , км | , млн. км | , км/с | , кг | , км | , тыс. км | , км/с |
| 10 |  | 60270 | 1429 | 9.7 |  | 764 | 527 | 7.54 |

В системе действует сила притяжения космических тел, которая подчиняется закону всемирного тяготения:

– гравитационная постоянная, – массы космических тел.

Уравнение движения:

Для системы планета-спутник уравнения движения, относительно Солнца будут иметь вид:

Далее составим систему ОДУ:

Решив данную задачу Коши в Python, получаем следующие траектории небесных тел:

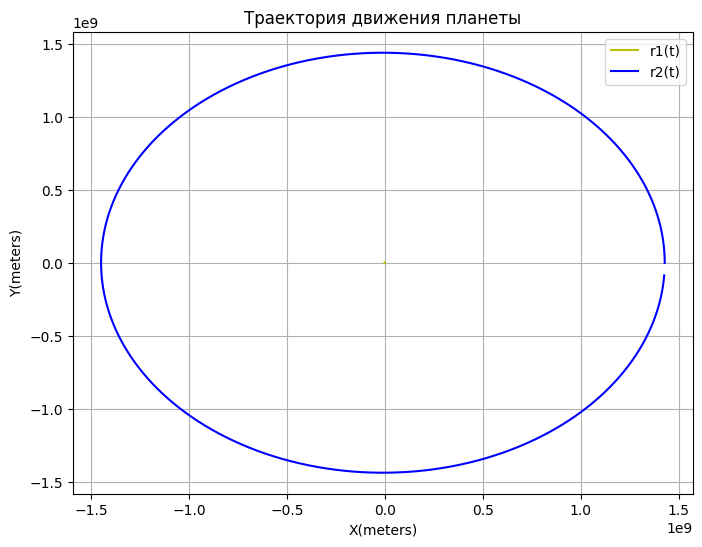


Рисунок 1 – Траектория движения планеты вокруг Солнца

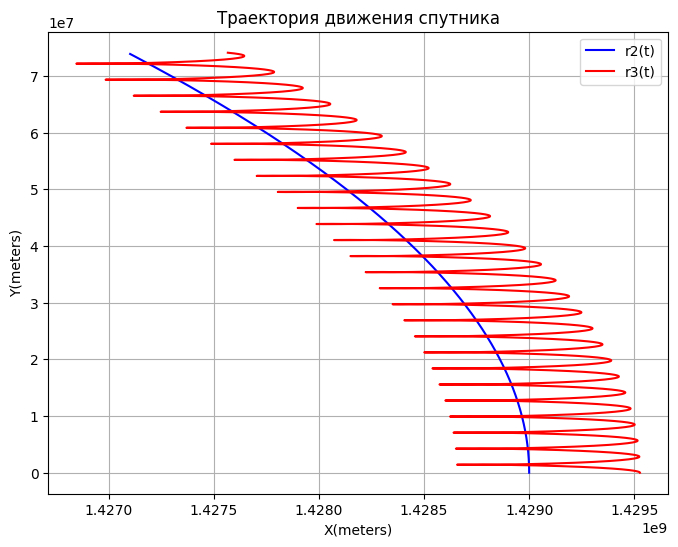
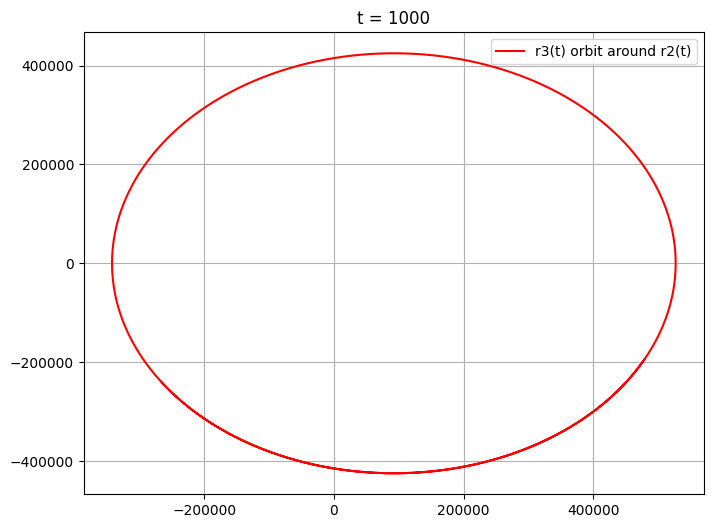


Рисунок 2 – Траектория движения планеты и спутника вокруг Солнца



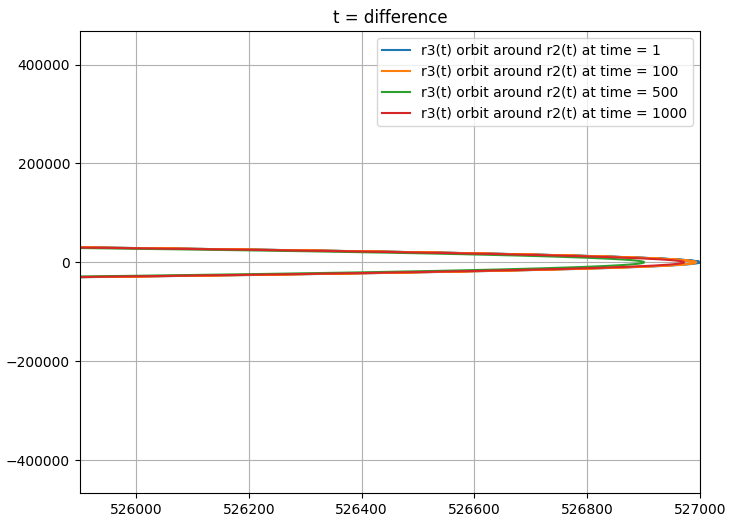


Рисунок 3 – Траектория движения спутника вокруг планеты

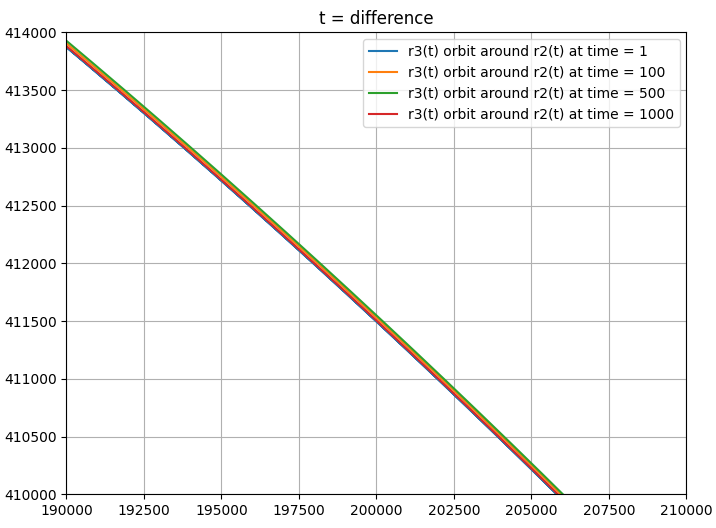


Рисунок 4 – Траектория движения спутника вокруг планеты

**Задача II.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | H, км |  |  | Характеристики топлива | | |
| Горючее | Окислитель | Скорость истечения, м/с |
| 10 | 350 | 3400 | 100 | Керосин | Азотная тетроксид | 3031 |

Для описания движения точки переменной массы воспользуемся уравнением Мещерского:

где – скорость ракеты, – скорость истечения.

Минимальное необходимое количество топлива для доставки полезного груза на спутник составило 1701 кг, которое соответствует углу 5.294.

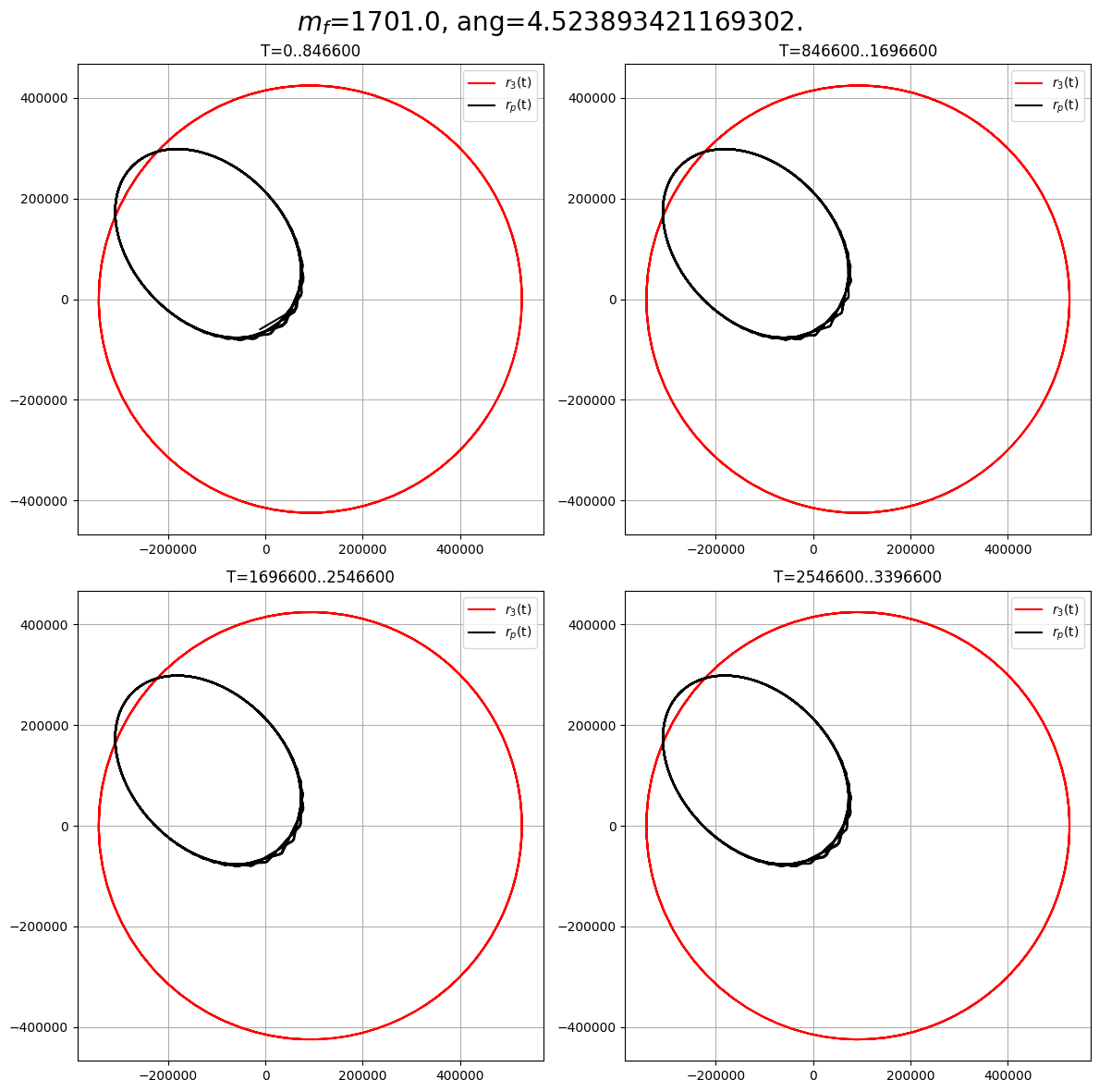


Рисунок 4 – Траектория движения спутника и ракеты до момента попадания полезного груза на спутник

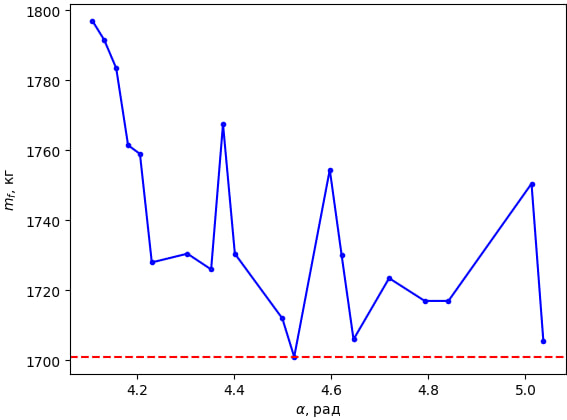


Рисунок 6 – График зависимости необходимого количества топлива от угла

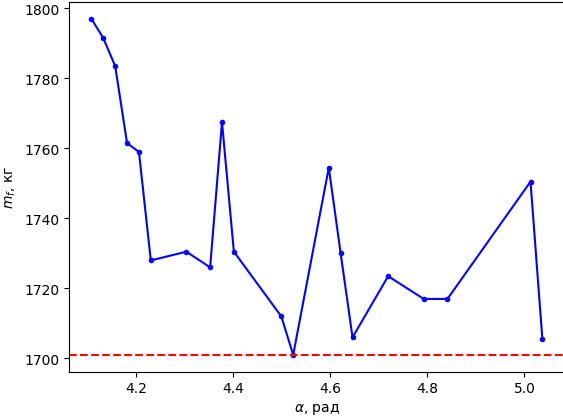


Рисунок 7 – График зависимости необходимого количества топлива от угла в окрестности точки минимума

**Вывод**

В ходе данной лабораторной работы были получены навыки численного расчета траекторий движения небесных тел под действием гравитационных сил. Построены траектории движения планеты, спутника и ракеты, которые получены в результате решения системы дифференциальных уравнений.

Также для построения траектории движения ракеты были произведены расчеты необходимого количества топлива для доставки груза на спутник. В результате необходимое количество топлива – 1701 кг. Траектория движения ракеты – эллиптическая. Расстояние между ракетой и спутником составило 764 км. Таким образом, полезный груз был доставлен.